

卷 26 2025 年烟台市初中学业水平考试


1. B 解析 $|-3|=3$, 3 的倒数是 $\frac{1}{3}$, 故选 B.

2. D 解析

选项	解析
A、C	既不是中心对称图形,也不是轴对称图形,故 A、C 选项错误
B	是轴对称图形,不是中心对称图形,故 B 选项错误
D	绕一点旋转 180° , 旋转后的图形能够与原来的图形重合,是中心对称图形,故 D 选项正确

3. B 解析

选项	解析	选项正误
A	$2x^2$ 与 x^3 不可合并	×
B	$2x^2 \cdot x^3 = 2x^{2+3} = 2x^5$	✓
C	$2x^3 \div (-x^2) = -2x$	×
D	$(2x^2)^3 = 2^3 x^{2 \times 3} = 8x^6$	×

4. C 解析 从左向右看,得到左视图是  故选 C.

5. A 解析 $\because AB \parallel CD, \therefore \angle A = \angle 1 = 30^\circ. \therefore \angle 2 = \angle A + \angle 3 = 70^\circ, \therefore \angle 3 = 40^\circ$. 故选 A.

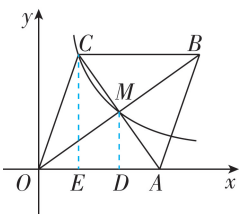
6. C 解析 算式中差的平方的项数为 5, \therefore 对应数据个数 $n=5$, 故选项 A 正确. 平均数 $\bar{x} = \frac{6+8+8+6+7}{5} = 7$, 故选项 B 正确. 数据中 6 和 8 均出现 2 次, 故众数为 6 和 8, 故选项 C 错误. 该组数据加入两个 7 后, 数据更集中, 故这组新数据的方差变小, 故选项 D 正确. 故选 C.

7. A 解析 设这款风扇每台的标价为 x 元. 由题意得, $0.6x + 10 = 0.9x - 95$, 解得 $x = 350$, \therefore 这款风扇每台的标价为 350 元, 故选 A.

上分点拨

本题包含了销售问题的基本关系: $\text{标价} \times \frac{\text{折数}}{10} = \text{售价}$, $\text{盈利} = \text{售价} - \text{进价}$.

8. D 解析 如图, 过点 C 作 $CE \perp OA$ 于点 E , 过点 M 作 $MD \perp OA$ 于点 D , $\therefore MD \parallel CE, \therefore \triangle AMD \sim \triangle ACE, \therefore \frac{AM}{AC} = \frac{MD}{CE} = \frac{AD}{AE}$. \therefore 四边形 $OABC$ 是菱形, $\therefore AM = MC$, $OC = OA = 3, \therefore \frac{AM}{AC} = \frac{MD}{CE} = \frac{AD}{AE} = \frac{1}{2}$. 设 $M(m, \frac{k}{m})$, $\therefore OD = m$,



$MD = \frac{k}{m}, \therefore DE = AD = 3 - m, CE = 2MD = \frac{2k}{m}, \therefore OE = 3 - 2(3 - m) = 2m - 3, \therefore C(2m - 3, \frac{2k}{m})$. \therefore 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的

图象经过点 $C, \therefore (2m - 3) \cdot \frac{2k}{m} = k$, 解得 $m = 2, \therefore C(1, k)$.

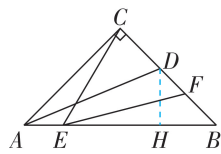
在 $Rt\triangle OCE$ 中, $k = CE = \sqrt{OC^2 - OE^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$. 故选 D.

上分总结

反比例函数与图形综合问题, 先设出双曲线上点的坐标, 结合图形的性质表示出双曲线上另一点的坐标, 再结合已知条件求出 k 的值, 是解决这类问题的常用方法.

9. D 解析 由抛物线开口向下, 得 $a < 0. \therefore$ 顶点 P 的横坐标为 1, $\therefore -\frac{b}{2a} = 1, \therefore b = -2a, \therefore b > 0. \therefore$ 抛物线交 y 轴于正半轴, $\therefore c > 0, \therefore abc < 0$, 故①正确. \therefore 当 $x = 1$ 时, y 有最大值, \therefore 把 $x = 1$ 和 $x = m$ 代入 $y = ax^2 + bx + c$, 得 $a + b + c \geq am^2 + bm + c, \therefore am^2 + bm - a - b \leq 0$, 故②不正确. \therefore 抛物线与 x 轴的交点 A 位于 $(-2, 0)$ 和 $(-1, 0)$ 之间, $\therefore a - b + c > 0, \therefore -\frac{1}{2}b - b + c > 0$, 整理后得 $3b < 2c$, 故③正确. \therefore 顶点为 $P(1, n), \therefore y = a(x - 1)^2 + n. \therefore \triangle PAB$ 为等边三角形, \therefore 易得 B 点的坐标为 $(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}n, 0)$, 代入 $y = a(x - 1)^2 + n$, 得 $0 = a(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}n - 1)^2 + n, \therefore n = -\frac{3}{a}$, 故④正确. 故选 D.

10. B 解析 过点 D 作 $DH \perp AB$ 于点 H , 如图. 由题意知 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, AD 为角平分线, $\therefore DH = DC = DB \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}DB$. 当 $AE = x = 0$ 时, 点 F 与点 B 重合, 此时 $y = DB = 2 - \sqrt{2}, \therefore CD = \sqrt{2} - 1, \therefore BC = 1 = AC, \therefore AB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}. \therefore \angle CEF = \angle CAB = \angle B = 45^\circ, \angle CAB + \angle ACE = \angle CEF + \angle FEB, \therefore \angle ACE = \angle BEF, \therefore \triangle ACE \sim \triangle BEF, \therefore \frac{AE}{AC} = \frac{BF}{BE}$, 即



$\frac{x}{1} = \frac{BF}{\sqrt{2} - x}, \therefore BF = x(\sqrt{2} - x), \therefore y = 2 - \sqrt{2} - x(\sqrt{2} - x) = x^2 - \sqrt{2}x + (2 - \sqrt{2}), \therefore$ 函数图象为抛物线且开口向上, 当 $x = -\frac{-\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时, 函数有最小值, 为 $\frac{3}{2} - \sqrt{2}$, 即最低点的坐标为 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3}{2} - \sqrt{2})$, 故选 B.

11. 5.635×10^7 【解析】 $56\ 350\ 000 = 5.635 \times 10^7$, 故答案为 5.635×10^7 .

12. 4 【解析】 $\because 3\sqrt{2} = \sqrt{18}, 4 < \sqrt{18} < 5, \therefore 4 < 3\sqrt{2} < 5, \therefore$ 实数 $3\sqrt{2}$ 的整数部分为 4, 故答案为 4.

13. $2(x-3y)^2$ 【解析】 $2x^2 - 12xy + 18y^2 = 2(x^2 - 6xy + 9y^2) = 2(x-3y)^2$, 故答案为 $2(x-3y)^2$.

14. $\frac{16}{3}\pi - 8\sqrt{3}$ 【解析】 如图, 连接 OB , OF , 过点 A 作 $AM \perp OB$ 于点 M . \because 正六边形 $ABCDEF$ 中, 易得 $\angle BOF = 120^\circ = \angle GOH, OB = OF = AB = AF = 4, \angle ABO = \angle EFO = 60^\circ, \therefore \angle BOG = \angle FOH$, 四边形 $OBAF$ 为菱形. 在 $\triangle OGB$ 与 $\triangle OHF$ 中, $\begin{cases} \angle GBO = \angle HFO, \\ OB = OF, \\ \angle GOB = \angle HOF, \end{cases} \therefore \triangle OGB \cong \triangle OHF (ASA), \therefore S_{\triangle OGB} = S_{\triangle OHF}, \therefore S_{\text{菱形}OBAF} = S_{\text{五边形}OGAFH} \because \angle ABO = 60^\circ, \therefore AM = AB \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}, \therefore S_{\text{菱形}OBAF} = S_{\text{五边形}OGAFH} = 2\sqrt{3} \times 4 = 8\sqrt{3}. \therefore S_{\text{扇形}OPQ} = \frac{120}{360} \pi \times 4^2 = \frac{16}{3} \pi, \therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}OPQ} - S_{\text{五边形}OGAFH} = \frac{16}{3} \pi - 8\sqrt{3}$. 故答案为 $\frac{16}{3}\pi - 8\sqrt{3}$.

15. $(-10, \frac{27}{2})$ 【解析】 $\because \triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 位似, 相似比为 2, 且在点 P 同侧, $\therefore PA_1 = 2PA, \therefore A$ 为 PA_1 的中点. 设 $A_1(x, y)$, 可得 $\frac{x+6}{2} = 4, \frac{y+\frac{3}{2}}{2} = 3$, 解得 $x = 2, y = \frac{9}{2}$, $\therefore A_1(2, \frac{9}{2})$. 同理可得 $A_2(-2, \frac{15}{2}), A_3(-10, \frac{27}{2})$.

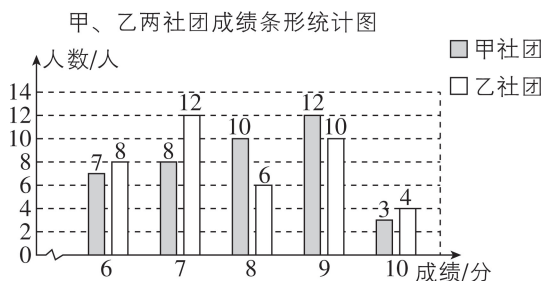
16. $\frac{2}{3}\sqrt{3}\pi$ 【解析】 连接 DB 交 AC 于点 O , 如图. 在菱形 $ABCD$ 中, $AO = \frac{1}{2}AC = 3$ cm, $\angle DAC = \frac{1}{2}\angle DAB = 30^\circ = \angle ACD, \angle DOA = 90^\circ, \therefore AD = \frac{AO}{\cos 30^\circ} = 2\sqrt{3}$ (cm), $\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. 由题意知, $\frac{AM}{CN} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AM}{CN}, \therefore \angle DAM = \angle ACD, \therefore \triangle ADM \sim \triangle CAN, \therefore \angle NAC = \angle ADM, \therefore \angle ADM + \angle DAN = \angle DAN + \angle NAC = 30^\circ, \therefore \angle DPA = 150^\circ, \therefore$ 点 P 在 \widehat{AD} 上运动. 设 \widehat{AD} 所在圆的圆心为 Q , 连接 $QA, QD, \therefore \angle DPA = 150^\circ, \therefore \widehat{AD}$ 所对的圆周角为 $30^\circ, \therefore \angle AQP = 60^\circ. \therefore QA = QD, \therefore \triangle ADQ$ 是等边三角形, $\therefore QA = AD = 2\sqrt{3}$ cm, $\therefore \widehat{AD}$ 的长度为 $\frac{60\pi \cdot 2\sqrt{3}}{180} = \frac{2}{3}\sqrt{3}\pi$ (cm).

上分点拨

证得 $\triangle ADM \sim \triangle CAN$, 得到点 P 的运动路径是圆弧是解题的关键.

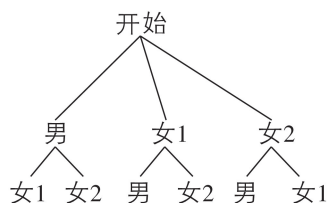
17. 【解】 $(2+m+\frac{4}{m-2}) \div \frac{m}{3m-6}$
 $= \frac{m^2-4+4}{m-2} \cdot \frac{3(m-2)}{m}$
 $= \frac{m^2}{m-2} \cdot \frac{3(m-2)}{m}$
 $= 3m.$
 $\therefore m = (-1)^{2025} = -1,$
 \therefore 原式 $= 3 \times (-1) = -3.$

18. 【解】 (1) 补全条形统计图如图.



(2) 成绩为 8 分的学生在甲社团中是第 16 名, 在乙社团中是第 15 名, \therefore 成绩为 8 分的学生在乙社团的排名更靠前. 故答案为乙.

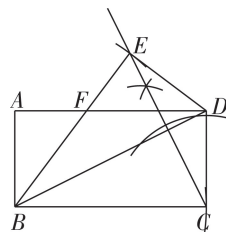
(3) 记两名女生分别为女 1, 女 2. 画树状图如下.



共有 6 种等可能的结果, 其中所抽取的两人恰好是一名男生和一名女生的结果有 4 种,

\therefore 所抽取的两人恰好是一名男生和一名女生的概率为 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

19. 【解】 (1) 如图, $\triangle BED$ 即为所求作. (作法不唯一)



(2) 如图. \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore \angle A = 90^\circ, AD = BC = 2, AD \parallel BC,$

$\therefore \angle CBD = \angle ADB.$

由对称知 $\angle CBD = \angle EBD,$

∵ 四边形 $A_1A_2A_3A_4$ 为正方形,
 ∴ $A_1A_2 = A_2A_3$, $\angle A_1A_2A_3 = 90^\circ$,
 ∴ $\angle A_1A_2P = \angle QA_2A_3$.
 ∵ $\angle PA_1A_2 + \angle PA_3A_2 = 180^\circ$,
 $\angle QA_3A_2 + \angle PA_3A_2 = 180^\circ$,
 ∴ $\angle PA_1A_2 = \angle QA_3A_2$,
 ∴ $\triangle PA_1A_2 \cong \triangle QA_3A_2$,
 ∴ $PA_1 = QA_3$, $PA_2 = QA_2$,

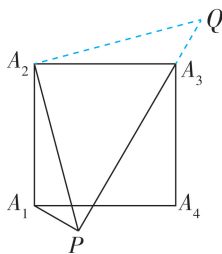


图 (1)

∴ 在 $\text{Rt} \triangle A_2PQ$ 中, $QP = \sqrt{A_2P^2 + A_2Q^2} = \sqrt{2} A_2P$, ∴ $PA_3 + QA_3 = \sqrt{2} A_2P$,
 ∴ $PA_1 + PA_3 = \sqrt{2} PA_2$.

故答案为 $PA_1 + PA_3 = \sqrt{2} PA_2$.

(3 分)

(2) 作 $\angle PA_2C = \angle A_1A_2A_3 = 108^\circ$,
 交 PA_3 的延长线于点 C , 如图
 (2).

同 (1) 可证 $\triangle PA_1A_2 \cong \triangle CA_3A_2$,
 ∴ $PA_1 = CA_3$, $PA_2 = CA_2$.

过点 A_2 作 $A_2D \perp CP$ 于点 D ,
 ∴ $\angle DA_2P = \angle CA_2D = 54^\circ$, $DP = DC$.

在 $\text{Rt} \triangle A_2PD$ 中, $PD = PA_2 \cdot \sin 54^\circ$,

$$\therefore \frac{1}{2}PC = \frac{1}{2}(PA_3 + CA_3) = \frac{1}{2}(PA_1 + PA_3) = PA_2 \cdot \sin 54^\circ,$$

$$\therefore PA_2 = \frac{\frac{1}{2}(11+49)}{0.81} \approx 37.0.$$

(8 分)

(3) 作 $\angle PA_2D = \angle A_1A_2A_3 = 144^\circ$, 交 PA_3 的延长线于点 D ,
 如图 (3). 同 (1) 可证 $\triangle PA_1A_2 \cong \triangle DA_3A_2$,

∴ $PA_1 = DA_3$, $PA_2 = DA_2$.

过点 A_2 作 $A_2E \perp DP$ 于点 E ,

∴ $\angle PA_2E = \angle DA_2E = 72^\circ$,

$PE = DE$.

在 $\text{Rt} \triangle A_2PE$ 中, $PE = PA_2 \cdot \sin 72^\circ$,

$$\therefore \frac{1}{2}PD = \frac{1}{2}(PA_3 + DA_3) = \frac{1}{2}(PA_1 + PA_3) = PA_2 \cdot \sin 72^\circ,$$

∴ $PA_1 + PA_3 = 2PA_2 \sin 72^\circ$.

故答案为 $PA_1 + PA_3 = 2PA_2 \sin 72^\circ$.

(11 分)

24. 【解】(1) ∵ C 是抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 与 y 轴的交点,

∴ $C(0, 3)$.

∵ $OA = 2$, $OB = 6$, 且 A 在 x 轴负半轴上, B 在 x 轴正半轴上,

∴ 点 $A(-2, 0)$, $B(6, 0)$,

∴ 设抛物线的表达式为 $y = a(x+2)(x-6)$.

把点 $C(0, 3)$ 代入, 得 $-12a = 3$, ∴ $a = -\frac{1}{4}$,

∴ 抛物线的表达式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$.

(2 分)

(2) ① 设直线 BC 的表达式为 $y = kx + b'$.

将 $B(6, 0)$, $C(0, 3)$ 代入, 得 $\begin{cases} b' = 3, \\ 6k + b' = 0, \end{cases}$

$$\therefore \begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ b' = 3, \end{cases}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 3.$$

∴ 点 D 的横坐标为 t ,

$$\therefore D\left(t, -\frac{1}{4}t^2 + t + 3\right) \quad (0 < t < 6), E\left(t, -\frac{1}{2}t + 3\right),$$

$$\therefore DE = -\frac{1}{4}t^2 + t + 3 + \frac{1}{2}t - 3 = -\frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t.$$

(5 分)

② 存在. 作 $CH \perp DF$ 于点 H , 如图,

∴ $CH \parallel OB$, ∴ $\angle HCE = \angle EBA$,

$\angle CHE = \angle BOC = 90^\circ$,

∴ $\triangle CHE \sim \triangle BOC$,

$$\therefore \frac{EH}{CO} = \frac{CH}{OB} = \frac{CE}{BC}.$$

∵ $OC = 3$, $OB = 6$, $CH = t$,

$$\therefore EH = \frac{1}{2}t, CB = 3\sqrt{5},$$

$$\therefore CE = \frac{\sqrt{5}}{2}t.$$

当 $CD = CE$ 时, $EH = \frac{1}{2}DE$,

$$\text{即 } 3 - \left(-\frac{1}{2}t + 3\right) = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t\right),$$

解得 $t = 0$ (舍去) 或 $t = 2$,

∴ $D_1(2, 4)$.

(7 分)

当 $CE = DE$ 时,

$$\frac{\sqrt{5}}{2}t = -\frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t,$$

解得 $t = 0$ (舍去) 或 $t = 6 - 2\sqrt{5}$,

$$\therefore D_2(6 - 2\sqrt{5}, 4\sqrt{5} - 5).$$

(9 分)

当 $CD = DE$ 时, 作 $DG \perp CB$ 于点 G , 如图,

$$\therefore CG = \frac{1}{2}CE = \frac{\sqrt{5}}{4}t, CD = DE = -\frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t.$$

∵ $CD = DE$, $DF \parallel CO$, ∴ $\angle DCG = \angle DEG = \angle BCO$.

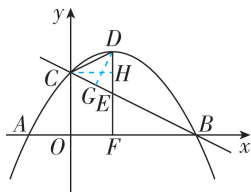
∵ $\angle CGD = \angle BOC = 90^\circ$,

∴ $\triangle DCG \sim \triangle BCO$,

$$\therefore \frac{CD}{BC} = \frac{CG}{CO},$$

$$\text{即 } \frac{-\frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t}{3\sqrt{5}} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{4}t}{3},$$

解得 $t = 0$ (舍去) 或 $t = 1$,



$$\therefore D_3\left(1, \frac{15}{4}\right).$$

综上, D 点坐标为 $(2, 4)$ 或 $(6-2\sqrt{5}, 4\sqrt{5}-5)$ 或 $\left(1, \frac{15}{4}\right)$.

(11 分)

(3) $2\sqrt{5}$.

(14 分)

上分提醒

(3) 如图. 将线段 OE 绕点 O 按顺时针方向旋转 90° 得到线段 OG , 则易得点 G 的坐标为 $\left(-\frac{1}{2}t+3, -t\right)$, 易得点 G 在直线 $y=2x-6$ 上运动. 设该直线与 x 轴、 y 轴分别交于点 M, N ,

则 $M(3, 0), N(0, -6)$, $\therefore MN=3\sqrt{5}, AM=5$.

当 $AG \perp MN$ 时, 线段 AG 的长度最小.

$\because \angle AMG = \angle NMO,$
 $\angle AGM = \angle NOM = 90^\circ,$
 $\therefore \triangle AMG \sim \triangle NMO,$

$$\therefore \frac{AM}{AG} = \frac{MN}{NO},$$

$$\therefore \frac{5}{AG} = \frac{3\sqrt{5}}{6},$$

$$\therefore AG = 2\sqrt{5}.$$

